1. Si costruisca un polinomio f di grado 4 irriducibile su $\mathbf{F_2}$. Si indichi con α una radice di f e con $\mathbf{F_2}[\alpha]$ il campo di spezzamento di f.

   (a) Si calcolino tutte le radici primitive di $\mathbf{F_2}[\alpha]$.

   (b) Si calcoli il logaritmo discreto di $\alpha^3 + \alpha$ in base $\alpha^2 + 1$.

   (c) Quanti elementi può avere il campo di spezzamento di un generico polinomio di grado 4 su $\mathbf{F_2}$?

2. Sia $\mathbf{F_3}$ il campo finito con 3 elementi.

   (a) Determiare tutti i polinomi irriducibili di grado 3 su $\mathbf{F_3}$.

   (b) Determinare tutti i polinomi primitivi di grado 3 su $\mathbf{F_3}$

   (c) Si scelga un polinomio irriducibile $f(x)$ non primitivo del punto (a) e sia α una sua radice primitiva. Determinare tutte le radici primitive di $\mathbf{F_3}(\alpha)$.

3. Si costruisca un polinomio di grado 3 irriducibile su $\mathbf{F_7}$.

   (a) Si illustri il metodo per calcolare tutti i polinomi di grado tre irriducibili su $\mathbf{F_7}$.

   (b) Si dica quanti sono i polinomi primitivi su $\mathbf{F_7}$ spiegando la ragione della risposta.

   (c) Quanti elementi può avere il campo di spezzamento di un generico polinomio di grado 3 su $\mathbf{F_7}$?

4. Si costruisca un polinomio f di grado 4 irriducibile su $\mathbf{F_2}$. Si indichi con α una radice di f e con $\mathbf{F_2}[\alpha]$ il campo di spezzamento di f.

   (a) Si calcolino tutte le radici primitive di $\mathbf{F_2}[\alpha]$.

   (b) Si calcoli il logaritmo discreto di $\alpha^3 + \alpha$ in base $\alpha^2 + 1$.

   (c) Quanti elementi può avere il campo di spezzamento di un generico polinomio di grado 4 su $\mathbf{F_2}$?