(1) Il numero di operazioni richieste per l'intero calcolo sara' dato dalla somma dei tempi impiegati per eseguire gli n prodotti di numeri naturali e del tempo successivamente impiegato per sommare gli n numeri ottenuti da tali prodotti. Per ciascun prodotto il tempo sara' stimato da

$$O(\log a_i \, \log b_i) = O(n^3 \, \cdot n^3) = O(n^6).$$

Per eseguire gli n prodotti il tempo sará dunque

$$n \cdot n^6 = O(n^7).$$

Inoltre ciascun prodotto fornisce un numero minore di $e^{n^3} \, e^{n^3} = e^{2n^3}$. Per sommare n numeri minori di e^{2n^3} si impiegherá un tempo del tipo $O(n^3 \, \log n)$. In tutto si sono avute $O(n^7)$ operazioni bit.

(2) Il numero dato n ha 10 cifre binarie, ovvero risulta $2^9 \leqslant n < 2^{10}$, dunque si ha $2^4 < \lfloor\sqrt{n}\rfloor < 2^5$. Quindi $\lfloor\sqrt{n}\rfloor$ ha 5 cifre decimali e la prima é 1. L'algoritmo consente di fare solo altri 4 controlli per determinare le altre 4 cifre (invece, con una strategia ingenua "a tappeto" sarebbero necessari fino a 2^4 controlli, ovvero tutti i casi possibili). Infatti si tratta di determinare le 4 cifre rimanenti, partendo da quella piú "a sinistra", verificando se il quadrato del numero binario 11000 supera o no n. Poiche' non lo supera la seconda cifra é 1. Per trovare la terza si guarda se il quadrato di 11100 supera n. Dato che lo supera, la terza cifra e' 0. Si prosegue in questo modo e si trova $\lfloor\sqrt{n}\rfloor = 11000$, in forma binaria.

(3) Visto che $16 = 2^4$, basta scrivere in base 16 ciascun gruppetto di 4 cifre binarie del numero dato, a partire dalle unitá (ovvero "da destra"). Dato che $(1011)_2 = (B)_{16}$, $(0010)_2 = (2)_{16}$ e $(1)_2 = (1)_{16}$, si ha che il numero in base 16 si scrive $12B$.

(4) Si ha:

$$\begin{aligned} 125 &= 4 \cdot 30 + 5 \\ 30 &= 6 \cdot 5 + 0, \end{aligned}$$

quindi $(125, 30) = 5$. Per l'identitá di Bezout, ripercorrere a ritroso le uguaglianze trovate (esclusa l'ultima, che ha resto nullo), che esprimono il resto come combinazione lineare del dividendo e del divisore. In questo caso, si ha, al primo passo, $5 = 125 - 4 \cdot 30$.

Typeset by $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$-TEX