COMPITO FINALE
Analisi due (Primo modulo) - Corso di Laurea in FISICA
Sabato 23 Dicembre, 1998

LEGGERE ATTENTAMENTE:

- Il presente esame consiste di 10 esercizi. Ogni esercizio vale 10 punti su 100.
- Non sono ammessi appunti, calcolatrici, libri, tavole di integrali e telefoni cellulari.
- Il tempo concesso per svolgere il compito è di 3 ore.
- Per la brutta copia è consentito utilizzare esclusivamente fogli consegnati dal docente.
- Tutti gli effetti personali, compresi borse e cappotti, devono essere lasciati accanto agli attaccapanni (ad eccezione della penna!).
- Non è consentito consegnare altri fogli oltre agli 11 (undici) del presente fascicolo.
- Scrivere a penna e tenere il libretto (o un altro documento) sul banco per il riconoscimento.
- **Non è consentito parlare o comunicare in nessun modo, pena il ritiro immediato del compito.**

ESERCIZIO	PUNTI
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	
7.	
8.	
9.	
10.	
TOTALE	/100
VOTO	/30

1. Si Calcoli il polinomio di Taylor intorno a $(0,0)$ di grado 20 della seguente funzione:

$$f(x,y) = \ln(1 + x^4y^3) + \arctan(x^6y^4).$$

SVOLGIMENTO:

2. Si scriva il polinomio di Taylor di grado due intorno al punto 0 della funzione $y = f(x)$ definita implicitamente da

$$\begin{cases} x^3 y + y^3 - \cos x = 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

SVOLGIMENTO:

3. Sia

$$\underline{f}(x,y,z) = \begin{pmatrix} xz \\ y^2+x+1 \\ xyz+1 \end{pmatrix}.$$

Dopo aver verificato che $\underline{f}$ è invertibile in $(1,0,1)$, si scriva la matrice Jacobiana nel punto $(1,2,1)$ della funzione inversa.
(*Suggerimento:* $(1,2,1) = f(1,0,1)$.)

SVOLGIMENTO:

4. Si calcoli la lunghezza della curva associata alla seguente rappresentazione parametrica:

$$\underline{x}(t) = \left(2t, \ln t, t^2\right), t \in [1, 10].$$

SVOLGIMENTO:

5. Si calcoli l'equazione del piano tangente e quella della retta normale alla superficie:
$$x^4 + 3y^3 - 4z^6 = 0$$
nel punto $P = (1, 1, 1)$. Si dica inoltre rispetto a quale delle tre variabili si può applicare il teorema della funzione implicita nel punto P e si calcoli il gradiente delle funzioni così definite.

SVOLGIMENTO:

6. Si calcoli il seguente integrale:

$$\iint_D x^2 + y^2$$

dove D è il dominio limitato dalle parabole $y = x^2$ e $x = y^2$.

SVOLGIMENTO:

7. Si calcoli il seguente integrale

$$\iiint_{\Omega} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z-2)^2}}$$

dove Ω è la sfera $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

SVOLGIMENTO:

8. Si calcoli l'area della superficie del solido ottenuto ruotando intorno all'asse x la curva associata alla rappresentazione

$$(x(t), y(t)) = (t+1, t^2/2 + t) \quad \text{con} \quad t \in [0,4].$$

SVOLGIMENTO:

9. Si verifichi se il seguente campo è conservativo e si calcoli il lavoro compiuto dal campo lungo la traiettoria $\mathcal{C}$

$$\underline{f}(x,y,z) = \left(\frac{1}{z}, \frac{-3}{z}, \frac{3y - x + z^3}{z^2}\right)$$

$$\mathcal{C} = \begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = t^2 \\ z(t) = t - 1 \end{cases} \qquad t \in [2,4]$$

(Suggerimento: Provare a calcolare un potenziale)

SVOLGIMENTO:

10. Si utilizzi il Teorema di Green per calcolare l'area racchiusa all'interno della curva piana associata alla rappresentazione parametrica

$$\underline{x}(t) = (a\cos^3 t, a\sin^3 t), \quad t \in [0, 2\pi]$$

mediante un integrale curvilineo.

SVOLGIMENTO: