PRIMO COMPITO
Analisi due (Primo modulo) - Corso di Laurea in FISICA
Giovedì 7 Gennaio, 1999

LEGGERE ATTENTAMENTE:

- Il presente esame consiste di 10 esercizi. Ogni esercizio vale 10 punti su 100.
- Il compito non sarà sufficiente se non si risolve almeno un esercizio del gruppo 1. 2. 3., almeno uno del gruppo 4. 5. 6. e almeno uno del gruppo 7. 8. 9. 10.
- Non sono ammessi appunti, calcolatrici, libri, tavole di integrali e telefoni cellulari.
- Il tempo concesso per svolgere il compito è di 3 ore.
- Per la brutta copia è consentito utilizzare esclusivamente fogli consegnati dal docente.
- Tutti gli effetti personali, compresi borse e cappotti, devono essere lasciati accanto agli attaccapanni (ad eccezione della penna!).
- Non è consentito consegnare altri fogli oltre agli 11 (undici) del presente fascicolo.
- Scrivere a penna e tenere il libretto (o un altro documento) sul banco per il riconoscimento.
- **Non è consentito parlare o comunicare in nessun modo, pena il ritiro immediato del compito.**

ESERCIZIO	PUNTI
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	
7.	
8.	
9.	
10.	
TOTALE	/100

1. Si trovi la soluzione generale della seguente equazione:

$$y'' - y' - 2y = 2e^{-x}.$$

SVOLGIMENTO:

2. Si risolva il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'y'' = 2 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$$

SVOLGIMENTO:

3. Si calcoli e^A dove
$$A = \begin{pmatrix} -11 & -3 \\ 36 & 10 \end{pmatrix}.$$

SVOLGIMENTO:

4. Sia

$$A = \Big\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \ \mid x \in [-1,1) \ y \in (-1,1]\Big\} \bigcap \Big\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \ \Big| \ x^2 + y^2 \geq 1\Big\}.$$

Dopo aver tracciato la figura di A, se ne determini l'interno, la chiusura, la frontiera e il derivato.

SVOLGIMENTO:

5. Si dimostri che il seguente sottoinsieme di $\mathbf{R}^2$ è denso in $\mathbf{R}^2$.

$$S = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 \text{ t.c. } y + x \notin \mathbf{Z} \right\}.$$

Si dimostri che il complementare di S non è discreto.

SVOLGIMENTO:

6. Si discuta la continuità della seguente funzione $f : \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}$ su tutti i punti di $\mathbf{R}^2$:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x|y|}{y^2+|x|} & \text{se } \ (x,y) \neq (0,0) \\ \\ 0 & \text{se } \ (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

SVOLGIMENTO:

7. Si calcoli il differenziale nel punto $(1,1)$ della funzione

$$f(x,y) = \sin \frac{\pi(x^2+y^2)}{8}.$$

Si trovi un punto (x_0, y_0) tale che $df_{(x_0,y_0)} = -\frac{\pi}{\sqrt{2}} dx$.

SVOLGIMENTO:

8. Si calcoli l'equazione della quadrica tangente nel punto $(0, \frac{\pi}{2})$ della funzione $f(x, y) = x\cos(y + x)$.

SVOLGIMENTO:

9. Sia $f(x, y) = \arctan(y)\ \arctan(x - 1)$. Determinare i punti critici di f e classificarli con il metodo della matrice Hessiania.

SVOLGIMENTO:

10. Siano

$$f(x,y) = \ln(x^2 + 3 + \cos(y)), \qquad g(t) = \sqrt{t}, \qquad h(t) = \arccos t$$

e $F(t) = f(g(t), h(t))$. Utilizzare la regola di derivazione delle funzioni composte per calcolare

$$\frac{d}{dt}F(t).$$

SVOLGIMENTO: